

Olimpiada de matematică Etapa locală - 10 februarie 2023

Clasa a VI-a

1.
 - a) Se consideră proporția $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$, unde a și b sunt numere raționale strict pozitive. Să se calculeze valoarea raportului $\frac{a^2+b^2}{5ab}$.
 - b) Determinați numerele naturale nenule a, b și c care verifică proporțiile:
 $\frac{a}{5b} = \frac{5}{c}$, $\frac{c}{10a} = \frac{5a}{b}$ și $\frac{50}{8c} = \frac{1}{ab}$
2. Fie numărul natural $n = \overline{1x2} + \overline{x3} - 9x + 5$.
 - a) Arătați că pentru orice valoare a lui x , numărul n se divide cu un număr prim.
 - b) Determinați toate valorile lui x pentru care numărul n se divide la 165.
3. Considerăm de aceeași parte a dreptei AB , unghiurile $AOM_1, M_1OM_2, M_2OM_3, \dots, M_{n-1}OM_n$, având măsurile $1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, \dots$, unde O aparține dreptei AB , situat între punctele A și B , iar n este număr natural, astfel încât oricare două unghiuri vecine sunt adiacente. Determinați cea mai mare valoare posibilă a numărului natural n .
4. Se consideră semidreptele $[OA, [OB$ și $[OC$ cu proprietatea că unghiurile AOB, BOC și AOC sunt adiacente două câte două și au măsurile invers proporționale cu $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ și respectiv $\frac{6}{7}$.
 - a) Determinați măsurile unghiurilor AOB, BOC și AOC .
 - b) Se construiește semidreapta $[OM$ în semiplanul determinat de dreapta OA care conține semidreapta $[OC$ astfel încât $OM \perp OA$. Demonstrați că semidreapta opusă lui $[OB$ este bisectoarea unghiului AOM .

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
 - Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
 - Nu se acordă puncte din oficiu;
 - Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.
-